**Wymagania edukacyjne z matematyki - zakres podstawowy**

**Klasa I, II, III, IV liceum**

**Realizowany program:**

**Tytuł programu:** Program nauczania matematyki w zakresie podstawowym dla szkoły ponadpodstawowej. Prosto do matury.

**Autor programu:** Piotr Grabowski

**Wydawnictwo:** Nowa Era

Poniższe wymagania edukacyjne opracowane zostały do realizowanego programu nauczania matematyki dla III etapu edukacyjnego, uwzględniają zmiany wynikające z uszczuplenia podstawy programowej z 2024r.

**Ocenianie ucznia odbywa się zgodnie z:**

- aktualnym Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej w sprawie szczegółowych warunków i sposobu oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy w szkołach publicznych

- standardami wymagań, określonych w podstawie programowej z matematyki, które obejmują wymagania ogólne:

* 1. Sprawność rachunkowa
  2. Wykorzystanie i tworzenie informacji
  3. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji
  4. Rozumowanie i argumentacja.

**Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania poszczególnych ocen :**

**ocena celująca** - Uczeń wykazuje pełną znajomość treści programowych. Biegle rozwiązuje zadania trudniejsze, potrafi rozwiązać zadania trudne, nietypowe. Ucznia charakteryzuje bystrość, ciekawy, niekonwencjonalny sposób rozumowania. Ocenę celującą może uzyskać również uczeń będący uczestnikiem Olimpiady Matematycznej przynajmniej na etapie okręgowym lub uzyskuje znaczące sukcesy w innych konkursach matematycznych.

**ocena bardzo dobra -** Ucznia obowiązuje pełny zakres wiedzy i umiejętności przewidzianych w programie nauczania. Sprawnie posługuje się zdobytymi wiadomościami. Wykazuje się pełną samodzielnością, umiejętnością dostrzegania istoty zagadnienia w danym problemie, uogólnia. Rozwiązuje trudniejsze zadania, potrafi wykorzystać wiedzę w nowych sytuacjach.

**ocena dobra -**  Uczeń w pełni opanował wymaganą z podstawy programowej wiedzę i umiejętności. Sprawnie posługuje się obowiązującymi wiadomościami. Wykazuje umiejętność samodzielnego rozumowania, znajomość definicji, twierdzeń i wzorów z odpowiednim zastosowaniem w zadaniach o średnim stopniu trudności. Poprawnie wypowiada się w języku matematycznym.

**ocena dostateczna** - Otrzymuje ją uczeń, który opanował podstawowe wiadomości i umiejętności. Uczeń wykazuje znajomość i zrozumienie pojęć ujętych w podstawie programowej, potrafi je wykorzystać do samodzielnego rozwiązywania typowych zadań. W miarę poprawnie posługuje się językiem matematycznym.

**ocena dopuszczająca -** Uczeń otrzymujący tę ocenę może mieć braki w opanowaniu podstawy programowej, ale braki te nie uniemożliwiają dalszej edukacji. Uczeń posiada umiejętność podstawowych zastosowań definicji i twierdzeń. Potrafi rozwiązywać zadania o niewielkim stopniu trudności.

**ocena niedostateczna -** Otrzymuje uczeń, który nie sprostał wymaganiom na ocenę dopuszczającą.

# Zasady i sposoby sprawdzania osiągnięć edukacyjnych

1. Podstawą oceniania są programy nauczania skonstruowane na bazie określonej przez MEN podstawy programowej z matematyki. Biorąc pod uwagę poziom osiągnięć edukacyjnych oraz możliwości intelektualnych uczniów w danej klasie nauczyciel matematyki może rozszerzyć materiał nauczania o treści dodatkowe.
2. Formy pracy ucznia, które podlegają ocenie:
   1. praca klasowa pisemna
      * zapowiedziana z tygodniowym wyprzedzeniem
      * uczeń ma prawo poprawić jedną pracę klasową w semestrze
      * poprawa danej pracy klasowej może być pisana tylko raz
      * do dziennika wpisane zostaną obie oceny: ocena z pracy klasowej i ocena z poprawy
   2. kartkówka niezapowiedziana
      * obejmująca materiał dwóch ostatnich lekcji bądź sprawdzająca pracę domową
      * trwa do 15 minut
   3. kartkówka zapowiedziana
      * obejmuje maksymalnie pięć ostatnich lekcji
      * trwa nie dłużej niż 20 minut
   4. odpowiedź ustna
   5. aktywność ucznia i zaangażowanie na lekcjach
   6. wyniki uzyskane w konkursach przedmiotowych
   7. postawa wobec przedmiotu i wysiłek wkładany w naukę
3. Kryteria oceniania prac pisemnych

Ustala się następujące kryteria oceniania prac pisemnych: Poszczególne zadania są przeliczane na punkty. Ogólna ilość punktów uzyskanych za rozwiązanie wszystkich zadań przeliczana jest procentowo na oceny:

0% ≤ p < 30% – niedostateczny

30% ≤ p < 50% – dopuszczający

50% ≤ p < 75% – dostateczny

75% ≤ p < 90% – dobry

90% ≤ p < 100% – bardzo dobry

p = 100% – celujący

gdzie: p- uzyskany procent ogółu punktów

1. Umożliwia się rozszerzenie skali ocen cząstkowych przez dodanie znaków + , -
2. Uczeń korzystający na pracy pisemnej z niedozwolonej pomocy otrzymuje ocenę niedostateczną.
3. Uczeń ma prawo do 2 nieprzygotowań w półroczu. Uczeń może zgłosić nieprzygotowanie na początku lekcji, najpóźniej, bezpośrednio po sprawdzeniu listy obecności. Uczeń nie może zgłosić nieprzygotowania, na wyznaczoną pracę klasową i zapowiedzianą kartkówkę.

**Wymagania szczegółowe:**

**KLASA I**

**LICZBY (nr z podstawy programowej:** **I.1, I.2, I.3, I.4, I.9, II.1, II.3)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* stosować prawidłowo pojęcie zbioru, podzbioru, zbioru pustego
* zapisywać zbiory w różnej postaci i prawidłowo odczytywać takie zapisy
* porządkować zbiory zgodnie z relacją zawierania
* wyłączać czynnik z sumy algebraicznej poza nawias
* zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci , , w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
* zapisywać sumę algebraiczną w postaci , ,
* przekształcać wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
* zapisywać w postaci iloczynu wyrażenia takie jak albo
* stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie
* rozróżniać liczby pierwsze i złożone
* stosować w prostych zadaniach cechy podzielności
* odróżniać dzielniki naturalne od dzielników całkowitych
* wskazywać pary liczb względnie pierwszych
* wyznaczać całkowite wartości zmiennych, dla których wartość prostego wyrażenia wymiernego jest liczbą całkowitą
* przedstawiać liczby rzeczywiste w różnych postaciach
* zamieniać ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne
* podawać przykłady liczb niewymiernych
* odróżniać liczbę wymierną od niewymiernej
* podawać przybliżenie dziesiętne liczby (na przykład korzystając z kalkulatora) z zadaną dokładnością
* dowodzić niewymierności np. liczby
* zamieniać ułamki dziesiętne okresowe na ułamki zwykłe
* rozwiązywać zadania tekstowe, stosując działania na liczbach wymiernych
* stosować definicję potęgi o wykładniku całkowitym
* stosować w zdaniach prawa działań na potęgach o wykładniku całkowitym
* stosować definicję potęgi o wykładniku całkowitym w zadaniach na dowodzenie
* wskazywać różnicę między definicją pierwiastka stopnia parzystego a definicją pierwiastka stopnia nieparzystego
* wykonywać działania na pierwiastkach
* wyłączać czynnik spod znaku pierwiastka i włączać czynnik pod znak pierwiastka
* usuwać niewymierność w mianowniku wyrażenia typu: albo 
* porównywać pierwiastki (bez używania kalkulatora)
* rozwiązywać, w trudniejszych przypadkach, zadania z zastosowaniem działań na pierwiastkach
* stosować definicję potęgi o wykładniku wymiernym
* stosować w zdaniach prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym
* stosować definicję logarytmu oraz własności logarytmów wynikające bezpośrednio z definicji, w szczególności
* rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem logarytmów.

**RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI (nr z podstawy programowej: I.6, I.7, III.1, III.2, III.3, IV.1, IV.2)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* rozwiązywać nierówności pierwszego stopnia
* sprawdzać, czy dana liczba jest rozwiązaniem nierówności pierwszego stopnia
* zaznaczać zbiór rozwiązań nierówności pierwszego stopnia na osi liczbowej
* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do nierówności pierwszego stopnia
* układać nierówności pierwszego stopnia do zależności opisanych słownie
* stosować prawidłowo definicje przedziałów liczbowych
* zaznaczać na osi liczbowej przedziały liczbowe
* zapisywać zbiór rozwiązań układu nierówności w postaci przedziału liczbowego
* rozwiązywać nierówności podwójne i zapisywać zbiór rozwiązań w postaci przedziału liczbowego
* wyznaczać część wspólną, sumę i różnicę zbiorów skończonych oraz przedziałów liczbowych
* stosować prawa działań na zbiorach
* obliczać wartość bezwzględną liczby
* wykorzystywać w obliczeniach własności wartości bezwzględnej
* wykorzystywać w zadaniach równość
* wykorzystywać w zadaniach równości typu:
* zaznaczać na osi liczbowej zbiory rozwiązań równań typu:
* wykorzystywać geometryczną interpretację wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań typu:
* obliczać odległość punktów na osi liczbowej
* rozwiązywać równania z wartością bezwzględną typu
* rozwiązywać równania z wartością bezwzględną typu:
* sprawdzać, czy dana para liczb jest rozwiązaniem równania liniowego z dwiema niewiadomymi
* sprawdzać, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi
* podawać przykładowe pary liczb naturalnych (całkowitych) spełniających dane równanie liniowe z dwiema niewiadomymi; opisywać zbiór wszystkich takich par
* rozwiązywać układ dwóch równań liniowych metodą podstawiania
* rozwiązywać układ dwóch równań liniowych metodą przeciwnych współczynników
* rozpoznawać układ oznaczony, nieoznaczony i sprzeczny
* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układu dwóch równań liniowych
* sprawdzać, czy dla danej wartości parametru układ równań jest oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny
* rozwiązywać układ trzech równań liniowych
* rozwiązywać zadanie tekstowe prowadzące do układu trzech równań liniowych.

**FUNKCJE (nr z podstawy programowej: V.1, V.2, V.3, V.4, V.12, V.13)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* rozpoznawać funkcje wśród przyporządkowań
* określać funkcje na różne sposoby (tabela, graf, wzór, wykres, opis słowny)
* obliczać ze wzoru wartości funkcji dla różnych argumentów
* wyznaczać dziedzinę funkcji danej prostym wzorem
* podawać przykłady wzoru funkcji o danej dziedzinie
* wyznaczać dziedzinę funkcji na podstawie wzoru w przypadkach wymagających większej liczby założeń albo wzoru z wartością bezwzględną

# wyznaczać wartość parametru, dla której dziedziną funkcji jest dany zbiór

# znajdować na podstawie zadania tekstowego zależność funkcyjną między dwiema wielkościami i wyznaczać dziedzinę otrzymanej funkcji

# obliczać, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość

* wyznaczać zbiór wartości funkcji o danym wzorze i kilkuelementowej dziedzinie
* wyznaczać zbiór wartości funkcji w trudniejszych przypadkach
* wyznaczać dziedzinę funkcji, znając jej zbiór wartości
* swobodnie posługiwać się układem współrzędnych
* rozpoznawać wykresy funkcji na płaszczyźnie kartezjańskiej
* sporządzać wykres funkcji o kilkuelementowej dziedzinie
* szkicować wzór funkcji opisanej w zadaniu tekstowym
* na podstawie wykresu funkcji odczytywać jej dziedzinę
* na podstawie wykresu funkcji odczytywać zbiór jej wartości

# na podstawie wykresu funkcji wskazywać największą wartość funkcji i najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale)

* szkicować wykresy funkcji o zadanej dziedzinie i zbiorze wartości

# na podstawie wykresu funkcji określać liczbę rozwiązań równania w zależności od wartości *m*

# odczytywać z wykresu funkcji jej miejsca zerowe

* wyznaczać miejsca zerowe funkcji
* wyznaczać miejsca zerowe funkcji w przypadku, gdy prowadzi to do rozwiązywania równań liniowych lub równań z wartością bezwzględną
* wyznaczać miejsca zerowe funkcji o dziedzinie ograniczonej określonymi warunkami
* rozwiązywać zadanie z parametrem dotyczące miejsc zerowych funkcji

# odczytywać z wykresu funkcji rozwiązania nierówności typu , dla ustalonej wartości *m* (w szczególności dla )

# określać na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest monotoniczna

* określać przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu
* uzasadniać, że np. funkcja rosnąca w dwóch przedziałach liczbowych nie musi być rosnąca w sumie tych przedziałów
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące monotoniczności funkcji
* rozpoznawać wielkości odwrotnie proporcjonalne
* podawać zależność funkcyjną między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym
* rysować wykres funkcji i omawiać jej własności
* rozwiązywać zadanie tekstowe, w którym występują wielkości odwrotnie proporcjonalne
* rozwiązywać złożone zadanie tekstowe, w którym występują wielkości odwrotnie proporcjonalne, np. dotyczące wydajności pracy

# odczytywać wszystkie omawiane wcześniej własności z wykresów funkcji

* odczytywać z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu ,
* projektować wykresy funkcji o zadanych własnościach
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji
* podawać własności funkcji oraz na podstawie odpowiednich własności funkcji .

**FUNKCJA LINIOWA (nr z podstawy programowej: IV.1, V.1, V.5, V.6, V.11, IX.1, IX.2)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

# rozpoznawać wielkości wprost proporcjonalne

* podawać zależność funkcyjną między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym
* rysować wykres funkcji i omawiać jej własności
* poprawnie interpretować współczynnik kierunkowy funkcji
* rysować wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru i omawiać jej własności
* podawać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu
* sprawdzać rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej

# interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej

* analizować, jak w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej zmieniają się jej własności (np. monotoniczność)

# obliczać współczynnik kierunkowy prostej nierównoległej do osi *y*

# wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty

# sprawdzać współliniowość punktów (na płaszczyźnie kartezjańskiej)

* rozwiązywać zadanie tekstowe wymagające znalezienia wzoru funkcji liniowej na podstawie wartości dwóch jej argumentów
* rozwiązywać zadanie z parametrem dotyczące współliniowości punktów
* rysować wykres funkcji liniowej określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami
* podawać wzór funkcji przedziałami liniowej na podstawie jej wykresu
* podawać wzór i rysować wykres funkcji przedziałami liniowej na podstawie zadania osadzonego w kontekście praktycznym
* zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej
* przekształcać równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie
* wyznaczać punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej
* zaznaczać na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane równaniami takimi jak np. lub
* badać równoległość prostych na płaszczyźnie kartezjańskiej
* wyznaczać równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości wykresów funkcji liniowych
* podawać interpretację geometryczną danego układu równań liniowych
* odczytywać z wykresu współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych
* wyznaczać wartość parametru, dla którego dany układ jest nieoznaczony (sprzeczny).

**FUNKCJA KWADRATOWA (nr z podstawy programowej:** **V.4, V.7, V.8, V.9)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* rysować wykres funkcji i podawać jej własności
* poprawnie interpretować współczynnik *a* funkcji
* rysować wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
* określać własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej
* podawać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o jej wykresie w prostych przypadkach
* przekształcać parabolę przez symetrię względem prostej równoległej do osi *x* lub osi *y* układu współrzędnych oraz zapisywać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli
* wykorzystywać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
* przekształcać wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnie
* poprawnie interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej
* obliczać współrzędne wierzchołka paraboli
* wyznaczać zbiór wartości funkcji kwadratowej
* podawać wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej na podstawie informacji o jej wykresie
* rysować wykresy funkcji przedziałami kwadratowych
* rozwiązywać zadania dotyczące postaci kanonicznej i ogólnej funkcji kwadratowej oraz jej własności.

**FIGURY NA PŁASZCZYŹNIE (nr z podstawy programowej:** **VIII.2, VIII.3, VIII.11)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

# odróżniać figury wypukłe od niewypukłych

* stosować w zadaniach twierdzenie o liczbie przekątnych w wielokącie
* stosować w zadaniach własności kątów w trójkącie i wielokącie
* stosować w zadaniach nierówność trójkąta
* stosować w zadaniach twierdzenie o kącie zewnętrznym trójkąta
* wskazywać figury przystające
* dowodzić, że dwa trójkąty są przystające, powołując się na odpowiednie cechy przystawania
* stosować cechy przystawania trójkątów w zadaniach wieloetapowych.

**KLASA II**

**ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ (nr z podstawy programowej: III.1, III.4, V.4, V.7, V.8, V.9, V.10, V.11, V.12, XIII)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale
* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej
* rozwiązywać równania kwadratowe niezupełne (, ) metodą rozkładu na czynniki
* określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika
* określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie informacji dotyczących współczynników w jej wzorze
* dobierać współczynniki w równaniu kwadratowym tak, aby równanie miało jedno rozwiązanie
* rozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki
* przedstawiać funkcję kwadratową w postaci iloczynowej
* odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
* wykorzystywać równania kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji
* rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci iloczynowej
* rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci ogólnej
* wykorzystywać nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji
* rozwiązywać układy nierówności kwadratowych
* rysować wykresy funkcji kwadratowych i opisywać ich własności
* rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami
* znajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie
* podawać wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu
* odczytywać z wykresu funkcji kwadratowej liczbę rozwiązań równania w zależności od parametru
* wyprowadzać wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
* sprowadzać na ogólnych danych funkcję kwadratową z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
* wyprowadzać wzory na pierwiastki równania kwadratowego
* znajdować na podstawie zadania tekstowego związek między dwiema wielkościami, gdy wyraża się on funkcją kwadratową i szkicować wykres tej funkcji z uwzględnieniem dziedziny
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące funkcji kwadratowej.

**WIELOMIANY I WYRAŻENIA WYMIERNE (nr z podstawy programowej: II.1, II.2, II.3, II.4, III.1, III.2, III.5, V.1, V.2)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* zapisywać wielomiany o danych współczynnikach i wypisywać współczynniki danych wielomianów
* określać stopień wielomianu
* obliczać wartość wielomianu dla danych argumentów
* wyznaczać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe
* wyznaczać współczynniki wielomianu tak, aby był spełniony dany warunek
* dodawać i odejmować wielomiany
* mnożyć wielomiany, określać stopień iloczynu wielomianów
* wyznaczać stopień wielomianu w zależności od wartości parametrów
* sprawdzać, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu
* odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej
* podawać przykłady wielomianów, mając dane ich pierwiastki
* rozkładać wielomiany na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia
* rozwiązywać równania wielomianowe postaci W(x) = 0 dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej
* stosować równania wielomianowe w zadaniach tekstowych
* wykonywać działania na wielomianach wielu zmiennych
* określać stopień wielomianu wielu zmiennych
* obliczać wartość wielomianu wielu zmiennych dla danych wartości tych zmiennych
* określać dziedzinę wyrażenia wymiernego
* skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne
* sprowadzać wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika
* znajdować (w prostych przypadkach) wszystkie pary liczb całkowitych spełniające równanie z dwiema niewiadomymi
* stosować własności wielomianów wielu zmiennych w zadaniach na dowodzenie
* mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne
* wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych
* rozwiązywać równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych
* wyznaczać ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych zmiennych
* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu oraz wydajności pracy).

**PLANIMETRIA (nr z podstawy programowej: VIII.1, VIII.2, VIII.3, VIII.5, VIII.7, VIII.8, VIII.9, VIII.11)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

# wykorzystywać w zadaniach nierówność trójkąta

# wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa

# wykorzystywać w zadaniach własność symetralnej odcinka i własność dwusiecznej kąta

* wykonywać elementarne konstrukcje geometryczne, np. symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, prostej równoległej (prostopadłej) do danej przechodzącej przez dany punkt
* podawać liczbę osi symetrii i środków symetrii figur geometrycznych

# określać wzajemne położenie dwóch okręgów

# korzystać z własności okręgów stycznych

# korzystać z własności stycznej do okręgu

# określać wzajemne położenie okręgu i prostej

# korzystać z twierdzenia o odcinkach stycznych

* korzystać z własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie
* korzystać z własności stycznych do okręgu i własności okręgów stycznych w wieloetapowych zadaniach geometrycznych
* stosować w zadaniach pojęcia kąta środkowego i kąta wpisanego
* stosować w zadaniach twierdzenie o zależności między kątem środkowym a kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku
* stosować w zadaniach twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym łuku
* stosować w zadaniach twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy
* obliczać pola wycinków kołowych i pierścieni kołowych
* stosować w zadaniach pojęcie kąta, pod którym widać dany odcinek z danego punktu
* stosować zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, np. w zadaniach wymagających dorysowania dodatkowych cięciw albo dostrzeżenia kąta prostego opartego na średnicy
* stosować twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków
* stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych
* rozwiązywać zadania wymagające wielokrotnego zastosowania twierdzenia Talesa
* rozwiązywać zadania wymagające zastosowania twierdzenia Talesa osadzone w kontekście praktycznym
* rozpoznawać figury podobne
* obliczać długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa
* stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
* wykorzystywać podobieństwo figur do obliczania odległości punktów i pól obszarów na mapie o danej skali lub w terenie
* rozpoznawać trójkąty podobne
* stosować w zadaniach cechy podobieństwa trójkątów
* poprawnie zapisywać proporcje boków w trójkątach podobnych
* stosować w zadaniach twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta
* stosować w zadaniach własności środkowych trójkąta
* stosować wzory na promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny
* stosować w zadaniach twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego
* stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach wieloetapowych, np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia trójkątów podobnych
* rozwiązywać zadania łączące podobieństwo trójkątów i kąty związane z okręgiem
* korzystać z podobieństwa trójkątów w zadaniach na dowodzenie
* korzystać z własności okręgów w wieloetapowych zadaniach geometrycznych
* udowodnić twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym opartych na tym samym łuku
* udowodnić twierdzenie Talesa
* udowodnić twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
* udowodnić twierdzenie o odcinkach łączących środki boków w trójkącie
* stosować własności okręgów i trójkątów w zadaniach wieloetapowych np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia kątów wpisanych opartych na tym samym łuku lub trójkątów podobnych
* rozwiązywać trudniejsze zadania konstrukcyjne (np. konstruować styczną do okręgu z punktu leżącego poza tym okręgiem lub konstruować odcinek o długości będącej średnią geometryczną dwóch danych odcinków) i udowadniać poprawność takich konstrukcji.

**FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE (nr z podstawy programowej: VII.1, VII.2, VII.3, VII.4)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) w trójkącie prostokątnym o danych bokach
* obliczać długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dane jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych
* konstruować kąt ostry, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
* posługiwać się wartościami funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) kątów 30º, 45º, 60º
* korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora)
* znajdować miarę kąta, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość
* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, jaki tworzy prosta z osią

# wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych lub wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne w bardziej złożonych sytuacjach

* wyznaczać kąt ostry z równości dotyczącej jednej z jego funkcji trygonometrycznych
* stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego: , , , w prostych przypadkach

# znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta

stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi w  bardziej złożonych sytuacjach

sprawdzać, czy istnieje kąt ostry spełniający podany warunek

korzystać ze związków między funkcjami trygonometrycznymi w zadaniach na dowodzenie

* wykorzystywać funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów trójkątów
* stosować wzór , gdzie jest kątem ostrym
* wykorzystywać funkcje trygonometryczne w łatwych zadaniach geometrycznych dotyczących czworokątów, np. trapezu prostokątnego

# korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w trudniejszych obliczeniach geometrycznych, np. w zadaniach o okręgach albo zadaniach prowadzących do układów równań

* korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
* prawidłowo umieszczać kąty wypukłe w układzie współrzędnych
* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów wypukłych umieszczonych w układzie współrzędnych
* stosować wzory redukcyjne dotyczące kąta do obliczania funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych
* korzystać ze wzoru w przypadku kąta rozwartego
* konstruować kąt w układzie współrzędnych, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
* stosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego w zadaniach na dowodzenie
* stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta rozwartego: ,
* znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta rozwartego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta
* udowadniać proste tożsamości trygonometryczne i podawać dotyczące ich założenia

udowadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych i podawać dotyczące ich założenia

rozwiązywać zadania wymagające zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość , obliczyć

wyprowadzić wzór na pole

rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, np. zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach.

**FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE (nr z podstawy programowej: I.9, V.14)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* sporządzać wykresy i podawać własności funkcji wykładniczych
* przekształcać wykresy funkcji wykładniczych
* wyznaczać wartość parametru tak, aby dany punkt należał do wykresu funkcji wykładniczej
* obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu
* rozwiązywać graficznie równanie lub nierówność, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej
* rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej
* stosować w zadaniach wzory na logarytmy iloczynu i ilorazu
* stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi
* wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach na dowodzenie
* wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
* sporządzać wykresy i podawać własności funkcji logarytmicznych
* przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych
* obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu
* odczytywać z wykresów funkcji i rozwiązanie nierówności , korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej
* wyznaczać dziedzinę funkcji typu
* rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem logarytmów
* udowodnić wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi
* rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności, wykorzystując własności logarytmów oraz własności funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej.

**KLASA III**

**TRYGONOMETRIA (nr z podstawy programowej: VII.1, VII.2, VII.3, VII.4, VIII.2, VIII.4, VIII.11)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* stosować twierdzenie cosinusów do obliczenia długości boków i miar kątów trójkąta
* sprawdzać, czy trójkąt o danych bokach jest ostrokątny, prostokątny, czy rozwartokątny

# stosować twierdzenie cosinusów do obliczenia wskazanych wielkości w czworokątach

# wykorzystywać twierdzenie cosinusów w trudniejszych zadaniach (np. w zadaniach na dowodzenie)

* obliczać pole trójkąta na podstawie wzorów: i

# wykorzystywać w zadaniach różne wzory na pole trójkąta

* rozwiązywać wieloetapowe zadanie z planimetrii wymagające zastosowania twierdzenia cosinusów oraz wzorów na pole trójkąta i pole wielokąta

udowodnić twierdzenie cosinusów.

**GEOMETRIA ANALITYCZNA (nr z podstawy programowej: VIII.3, IX.1, IX.2, IX.3, IX.4, IX.5)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* obliczyć odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej
* wykorzystywać wzór na odległość dwóch punktów na płaszczyźnie do obliczenia obwodu wielokąta
* wykorzystywać w zadaniach: wzór na współrzędne środka odcinka, wzór na współrzędne środka ciężkości trójkąta
* rozwiązywać wieloetapowe zadania stosując wzór na odległość dwóch punktów i wzór na współrzędne środka odcinka
* wyznaczyć kąt nachylenia prostej do osi x
* wyznaczyć równanie prostej nachylonej do osi x pod danym kątem i przechodzącej przez podany punkt
* badać równoległość prostych o równaniach w postaci ogólnej
* badać wzajemne położenie dwóch prostych
* wykorzystywać równanie prostej w postaci ogólnej do wyznaczenia równania prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej do danej prostej
* obliczyć pole trójkąta o danych wierzchołkach
* zapisywać równanie okręgu (nierówność opisującą koło), znając współrzędne środka i promień tego okręgu (koła)
* wyznaczać z równania okręgu współrzędne jego środka i promień
* sprawdzać, czy dany punkt należy do okręgu o podanym równaniu
* badać położenie danego punktu względem koła opisanego nierównością
* wyznaczyć środek symetrii w figurach środkowosymetrycznych
* wyznaczać obrazy figur w symetrii środkowej na płaszczyźnie
* wyznaczać obrazy figur w symetrii środkowej o środku w początku układu współrzędnych
* obliczać współrzędne punktów w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące symetrii środkowej na płaszczyźnie kartezjańskiej
* wyznaczać równanie okręgu lub prostej w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
* wyznaczyć oś symetrii w figurach osiowosymetrycznych
* wyznaczać obrazy figur w symetrii osiowej na płaszczyźnie
* wyznaczać obrazy figur w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
* obliczać współrzędne punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące symetrii osiowej na płaszczyźnie kartezjańskiej
* wyznaczać równanie okręgu w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
* klasyfikować figury ze względu na liczbę osi symetrii
* rozpoznawać wielokąty foremne i wskazywać ich osie symetrii
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu, wielokątów osiowosymetrycznych i środkowosymetrycznych.

**CIĄGI (nr z podstawy programowej: VI.1, VI.2, VI.3, VI.4, VI.5, VI.6, VI.7)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* obliczyć *n*-ty wyraz ciągu, znając wzór ogólny tego ciągu
* zapisywać symbolicznie warunki dotyczące wyrazów ciągu
* wyznaczać kolejne wyrazy ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego
* rysować wykresy ciągów
* odczytywać z wykresu własności ciągu
* obliczyć miejsce zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym
* obliczać wyrazy ciągu, spełniające podany warunek
* badać monotoniczność ciągu
* wykazywać, że dany ciąg nie jest monotoniczny
* określać monotoniczność ciągu będącego np. sumą dwóch ciągów o ustalonej monotoniczności
* podawać przykład wzoru rekurencyjnego ciągu, znając kilka jego początkowych wyrazów
* podawać przykłady ciągów monotonicznych tak, aby np. ich iloczyn spełniał określone warunki dotyczące monotoniczności
* rozpoznawać ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny
* obliczać wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego mając dany pierwszy wyraz i różnicę ciągu
* obliczać wskazane wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz ciągu
* wyznaczyć ciąg arytmetyczny i ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy
* stosować w zadaniach zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego i między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego
* określać monotoniczność ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego
* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na -ty wyraz ciągu arytmetycznego
* wyznaczać ciąg arytmetyczny, mając podane warunki, jakie spełniają wskazane wyrazy tego ciągu
* stosować w zadaniach zależność między wyrazami ciągu arytmetycznego
* badać, czy ciąg o podanym wzorze ogólnym jest ciągiem arytmetycznym czy ciągiem geometrycznym
* stosować własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach na dowodzenie
* obliczyć sumę *n* początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego i danego ciągu geometrycznego
* rozwiązywać zadania tekstowe wykorzystując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
* obliczać, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego (danego ciągu geometrycznego) należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
* obliczać sumę liczb naturalnych o podanych własnościach, np. dwucyfrowych i podzielnych przez 4
* wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając np. jego dwie sumy częściowe
* rozwiązywać równania, wykorzystując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego
* stosować wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach na dowodzenia

# stosować w zadaniach zależność między wyrazami ciągu geometrycznego

# rozwiązywać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego

* rozwiązywać równania, wykorzystując wzór na sumę wyrazów ciągu geometrycznego
* wyznaczać wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego
* obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania
* obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu
* porównywać zyski z różnych lokat
* obliczyć wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego
* obliczać wysokości rat malejących.

**RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA I STATYSTYKA (nr z podstawy programowej: XI.1, XI.2a, XI.2b, XII.1, XII.2)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* rozpoznawać, czy dana sytuacja jest doświadczeniem losowym
* określać zbiór zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia losowego; obliczać liczbę zdarzeń elementarnych i zdarzeń, w tym zdarzenia pewnego i zdarzenia niemożliwego
* obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w doświadczeniach losowych (rzut monetą, rzut kostką, losowanie jednego spośród *n* przedmiotów itp.)
* uzasadnić, że dla zdarzenia w dowolnym doświadczeniu losowym
* stosować regułę mnożenia i regułę dodawania
* wykorzystywać drzewko do zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych
* odróżniać losowanie ze zwracaniem i losowanie bez zwracania
* dobierać odpowiedni model do mniej typowego zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
* wyznaczać sumę, iloczyn, różnicę danych zdarzeń
* rozpoznawać zdarzenia wykluczające się
* stosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego i na prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń
* uzasadniać, że dane zdarzenia się wykluczają
* rozwiązywać zadania, stosując własności prawdopodobieństwa
* przedstawiać dane surowe w postaci szeregu uporządkowanego
* wyznaczać medianę, dominantę średnią i rozstęp zestawu danych
* obliczać średnią ważoną wyników
* rozwiązywać zadania dotyczące średniej ważonej (np. znajdować brakujące wagi)
* sporządzać diagramy częstości
* odczytywać informacje z diagramów częstości
* porównywać różne zestawy danych surowych na podstawie opisujących je parametrów
* podawać przykład zestawu danych o ustalonych parametrach statystycznych
* interpretować parametry statystyczne.

**KLASA IV**

**STEREOMETRIA (nr z podstawy programowej: X.1, X.2, X.3, X.4, X.5, X.6)**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania, w których potrafi:*

* wskazywać płaszczyzny równoległe i płaszczyzny prostopadłe do danej płaszczyzny
* wskazywać proste równoległe i proste prostopadłe do danej płaszczyzny
* wskazywać proste skośne w przestrzeni
* wskazywać proste prostopadłe w przestrzeni
* odróżniać proste równoległe od prostych skośnych
* zaznaczać rzut prostokątny punktu na płaszczyznę
* obliczać odległość punktu od płaszczyzny
* zaznaczać kąty nachylenia przekątnych prostopadłościanu do jego ścian
* zaznaczać kąty nachylenia krawędzi bocznych ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy
* rozróżniać kąty płaskie, kąty nachylenia prostej do płaszczyzny i kąty dwuścienne
* zaznaczać kąty między przeciwległymi ścianami bocznymi ostrosłupa prawidłowego czworokątnego
* zaznaczać kąty nachylenia ścian bocznych ostrosłupa prawidłowego do płaszczyzny jego podstawy, obliczać wartości funkcji trygonometrycznych lub miary tych kątów
* rozpoznawać graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościany i prostopadłościany
* rysować rzuty graniastosłupów na płaszczyznę
* zaznaczać przekątne graniastosłupa
* rysować siatki graniastosłupów
* rozwiązywać proste zadania dotyczące graniastosłupów
* określać liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupa
* rozpoznawać ostrosłupy prawidłowe
* rysować rzuty ostrosłupów na płaszczyznę
* rysować siatki ostrosłupów
* rozwiązywać proste zadania dotyczące kątów nachylenia krawędzi i ścian ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (również z wykorzystaniem trygonometrii)
* określać liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków ostrosłupa
* wyznaczać przekroje ostrosłupa zawierające jego wierzchołek
* wskazywać promień podstawy, wysokość i tworzące walca oraz stożka i stosować w zadaniach związki między nimi
* wskazywać cięciwę, średnicę i koło wielkie kuli; rozpoznawać odcinek, wycinek i warstwę kuli; stosować w zadaniach związki między nimi
* wskazywać kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzącej do podstawy stożka, obliczać wartości funkcji trygonometrycznych lub miary tych kątów
* wyznaczać przekroje osiowe brył obrotowych, wyznaczać związki miarowe w tych przekrojach
* obliczać objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walców, stożków i kul, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w prostych przypadkach
* stosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach w prostych przypadkach
* rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym wymagające opracowania odpowiedniego modelu matematycznego i wykorzystania poznanych wiadomości z dziedziny stereometrii w prostych przypadkach
* rozpoznawać bryły podobne, wykorzystywać zależność między polami powierzchni i objętościami brył podobnych
* opisywać proste konstrukcje w przestrzeni (np. konstrukcję płaszczyzny zawierającej daną prostą i prostopadłej do danej płaszczyzny)
* rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące równoległości i prostopadłości w przestrzeni
* rozwiązywać zadania wymagające zastosowania rzutu prostopadłego na płaszczyznę, np. obliczać miarę kąta nachylenia prostej do płaszczyzny, wykorzystując odległość punktów leżących na tej prostej od danej płaszczyzny
* zaznaczać kąty nachylenia odcinków w graniastosłupie do jego ścian bocznych
* wyznaczać kąty nachylenia ścian bocznych ostrosłupów innych niż prawidłowe

do płaszczyzny podstawy

* zaznaczać kąty dwuścienne między ścianami bocznymi ostrosłupów
* stosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków w graniastosłupach i ostrosłupach
* stosować w zadaniach wzór Eulera
* wykorzystywać własności ostrosłupów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
* rozpoznawać wielościany foremne i opisywać ich własności
* badać własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich
* wyznaczać objętości i pola powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażeń algebraicznych, doprowadzać wynik do prostej postaci i określać dziedziny tych wyrażeń, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w trudniejszych przypadkach
* obliczać objętości i pola powierzchni brył na podstawie nietypowych danych (np. kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa lub kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastosłupa trójkątnego do sąsiedniej ściany bocznej), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w trudniejszych przypadkach
* stosować w zadaniach własności brył podobnych w trudniejszych przypadkach, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
* rozwiązywać nietypowe zadania wymagające stworzenia modelu przestrzennego badanej bryły oraz zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył.

**DOWODY W MATEMATYCE**

*Uczeń prezentuje opanowanie umiejętności rozwiązując zadania na dowodzenie dotyczące:*

* własności kątów (kąty wierzchołkowe, przyległe, utworzone przez prostą przecinającą proste równoległe, suma kątów w wielokącie)
* przystawania i podobieństwa trójkątów
* twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
* własności wysokości, środkowych, symetralnych boków i dwusiecznych kątów w trójkącie
* twierdzenia o odcinkach w trójkącie prostokątnym
* kątów środkowych i kątów wpisanych
* podzielności liczb całkowitych
* dzielenia z resztą w prostych przypadkach
* własności logarytmów
* nierówności algebraicznych (z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia)
* nierówności trójkąta
* twierdzenia o odcinkach stycznych
* pól figur podobnych
* długości łuku okręgu i pole wycinka kołowego
* związków miarowych w wielokątach
* niewymierności liczb
* własności wartości bezwzględnej
* nierówności algebraicznych (również metodą nie wprost) w trudniejszych przypadkach

oraz potrafi rozwiązywać nietypowe zadania na dowodzenie (np. wymagające zapisania danego wyrażenia w postaci sumy innych odpowiednio dobranych wyrażeń, dorysowania odpowiedniego odcinka w zadaniu geometrycznym itp.)